найдите множество корней уравнения разложив предварительно левую часть на множители 6*x^4-13*x^3-27*x^2+40*x-12=0

$$6x^4-13x^3-27x^2+40x-12=0$$

Теорема Виета для уравнения 4й степени

$$ax^4+bx^3+cx^2+dx+e=0$$

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=-\dfrac{b}{a} \\ x_1x_2+x_1x_3+x_1x_4+x_2x_3+x_2x_4+x_3x_4=\dfrac{c}{a} \\ x_1x_2x_3+x_1x_2x_4+x_1x_3x_4+x_2x_3x_4=-\dfrac{d}{a} \\ x_1x_2x_3x_4=\dfrac{e}{a} \end{cases} \text{ или } \begin{cases} x_1+x_2+x_3+x_4=-\dfrac{-13}{6}=\dfrac{13}{6} \\ x_1x_2+x_1x_3+x_1x_4+x_2x_3+x_2x_4+x_3x_4=-\dfrac{27}{6} \\ x_1x_2x_3+x_1x_2x_4+x_1x_3x_4+x_2x_3x_4=-\dfrac{40}{6} \\ x_1x_2x_3x_4=-\dfrac{12}{6}=-2 \end{cases}$$

Но этот способ мне, как лентяю, не очень нравится для решения данной задачи.

Уравнение высшего порядка

$a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+a_{n-2}x^{n-2}+...+a_1x^1+a_0x^0=0 \Rightarrow x_0=\dfrac{m}{n}$, где $m\in Z$ — делители a_0, $n\in N$ — делители a_n.

Найдем делители a_0: 1, 2, 3, 4, 6, 12 и −1, −2, −3, −4, −6, −12.

Найдем делители a_1: 1, 2, 4, 5, 8, 10, 20, 40.

Пусть $m=1$. Пусть $n=1$. Тогда корень $x_0=\dfrac{1}{1}=1$.

$6\cdot1^4-13\cdot1^3-27\cdot1^2+40\cdot1-12=-6\neq0$. Значит, значение $x_0=1$ не является корнем.

Пусть $m=-1$. Пусть $n=1$. Тогда корень $x_0=\dfrac{-1}{1}=-1$.

$6\cdot(-1)^4-13\cdot(-1)^3-27\cdot(-1)^2+40\cdot(-1)-12=-60\neq0$. Значит, значение $x_0=-1$ не является корнем.

Пусть $m=2$. Пусть $n=1$. Тогда корень $x_0=\dfrac{2}{1}=2$.

$6\cdot2^4-13\cdot2^3-27\cdot2^2+40\cdot2-12=-48\neq0$. Значит, значение $x_0=2$ не является корнем.

Пусть $m=-2$. Пусть $n=1$. Тогда корень $x_0=\dfrac{-2}{1}=-2$.

$6\cdot(-2)^4-13\cdot(-2)^3-27\cdot(-2)^2+40\cdot(-2)-12=0$. Значит, значение $x_0=-2$ является корнем.

Следствие из теоремы Безу. Если остаток от деления многочлена $P_n(x)=a_nx^n+a_{n-1}x^{n-1}+a_{n-2}x^{n-2}+...+a_1x^1+a_0x^0$ на $x-x_0$ равен нулю, то x_0 — корень $P_n(x)$.

Далее многочлен $6x^4-13x^3-27x^2+40x-12$ требуется разделить на $x+2$. Если чего не понятно, смотри теорему Безу.

Разделим многочлен на двучлен:

```
 6x^4-13x^3-27x^2+40x-12| x+2
-                       |---------------
 6x^4+12x^3             | 6x^3-25x^2+23x-6
--------
   -25x^3
-
   -25x^3-50x^2
------------
        23x^2
-
        23x^2+46x
-----------------
             -6x
-
             -6x-12
--------------------
                  0
```

Значит,

$(x+2)(6x^3-25x^2+23x-6)=6x^4-13x^3-27x^2+40x-12=0$, поэтому

$6x^3-25x^2+23x-6=0$.

Теорема Виета для уравнения 3й степени

$ax^3+bx^2+cx+d=0$

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=-\dfrac{b}{a} \\ x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=\dfrac{c}{a} \\ x_1x_2x_3=-\dfrac{d}{a} \end{cases}$$

или

$ax^3+bx^2+cx+d=0$

$$\begin{cases} x_1+x_2+x_3=-\dfrac{-25}{6}=\dfrac{25}{6} \\ x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=\dfrac{23}{6} \\ x_1x_2x_3=-\dfrac{-6}{6}=1 \end{cases}$$

Опять же надо решать систему уравнений. Лень!

$6x^3-25x^2+23x-6=0$

Найдем делители a_0: 1, 2, 3, 6 и −1, −2, −3, −4, −6.

Найдем делители a_1: 1, 23.

Пусть $m=1$. Пусть $n=1$. Тогда корень $x_0=\frac{1}{1}=1$.

$6\cdot 1^3-25\cdot 1^2+23\cdot 1-6=-2\neq 0$. Значит, значение $x_0=1$ не является корнем.

Пусть $m=-1$. Пусть $n=1$. Тогда корень $x_0=\frac{-1}{1}=-1$.

$6\cdot(-1)^3-25\cdot(-1)^2+23\cdot(-1)-6=-60\neq 0$. Значит, значение $x_0=-1$ не является корнем.

Пусть $m=2$. Пусть $n=1$. Тогда корень $x_0=\frac{2}{1}=2$.

$6\cdot 2^3-25\cdot 2^2+23\cdot 2-6=-12\neq 0$. Значит, значение $x_0=2$ не является корнем.

Пусть $m = -2$. Пусть $n = 1$. Тогда корень $x_0 = \frac{-2}{1} = -2$.

$6 \cdot (-2)^3 - 25 \cdot (-2)^2 + 23 \cdot (-2) - 6 = -200 \neq 0$. Значит, значение $x_0 = -2$ не является корнем.

Пусть $m = 3$. Пусть $n = 1$. Тогда корень $x_0 = \frac{3}{1} = 3$.

$6 \cdot 3^3 - 25 \cdot 3^2 + 23 \cdot 3 - 6 = 0$. Значит, значение $x_0 = 3$ является корнем.

Далее многочлен $6x^3 - 25x^2 + 23x - 6$ требуется разделить на $x - 3$.

Разделим многочлен на двучлен:

```
 6x³-25x²+23x-6| x-3
-              |---------
 6x³-18x²      | 6x²-7x+2
---------
     -7x²
-
     -7x²+21x
-------------
           2x
-
           2x-6
---------------
              0
```

Значит,

$(x-3)(6x^2 - 7x + 2) = 6x^3 - 25x^2 + 23x - 6 = 0$, поэтому

$6x^2 - 7x + 2 = 0$.

Данное квадратное уравнение можно решить по теореме Виета, поэтому корни этого уравнения — $x_0 = \frac{1}{2}$ и $x_0 = \frac{2}{3}$

И будет следующее разложение на множители:

$$6x^4 - 13x^3 - 27x^2 + 40x - 12 = (x+2)(x-3)\left(x - \frac{1}{2}\right)\left(x - \frac{2}{3}\right) = 0$$

Ответ: $x_1 = -2$, $x_2 = 3$, $x_3 = \frac{1}{2}$ и $x_4 = \frac{2}{3}$.