

В нормально распределенной совокупности 35% значений X меньше 15 и 32% значений X больше 30. Чему равно среднеквадратичное отклонение данного распределения?

Не похоже, что это задача из школьного курса математики!

Вероятность попадания нормально распределённой случайной величины с математическим ожиданием $M(x) = m$ и среднеквадратическим отклонением $\sigma(x) = \sigma$ в интервал $(\alpha; \beta)$ находится по формуле

$$P(\alpha < x < \beta) = \Phi\left(\frac{\beta - m}{\sigma}\right) - \Phi\left(\frac{\alpha - m}{\sigma}\right), \quad (1)$$

где $\Phi(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^x e^{-\frac{z^2}{2}} dz$ – функция Лапласа, значения которой для положительных значений x находятся, например, из таблицы приложения 2 к [1]. $\Phi(x)$ – нечётная функция: $\Phi(-x) = -\Phi(x)$.

Т.к. 32% значений X больше 30, то $100\% - 32\% = 68\%$ значений X не превосходят 30. $P(-\infty < X < 15) = 0,35$ – вероятность попадания значения совокупности в интервал $(-\infty; 15)$, т.е. $\beta = 15$, $\alpha = -\infty$ и $P(-\infty < X < 15) = \Phi\left(\frac{15 - m}{\sigma}\right) - \Phi(-\infty) = 0,35$. Т.к.

$\Phi(-\infty) = -0,5$, то $\Phi\left(\frac{15 - m}{\sigma}\right) = -0,15$; $\Phi\left(\frac{m - 15}{\sigma}\right) = 0,15$. По таблице приложения 2 к [1] находим $\frac{m - 15}{\sigma} \approx 0,38$ (2).

$P(-\infty < X \leq 30) = 0,68$ – вероятность попадания значения совокупности в интервал $(-\infty; 30)$, т.е. $\beta = 30$, $\alpha = -\infty$ и $P(-\infty < X < 30) = \Phi\left(\frac{30 - m}{\sigma}\right) - \Phi(-\infty) = 0,68$. Т.к.

$\Phi(-\infty) = -0,5$, то $\Phi\left(\frac{30 - m}{\sigma}\right) = 0,18$. По таблице приложения 2 к [1] находим

$$\frac{30 - m}{\sigma} \approx 0,46 \quad (3). \quad \text{Поделив} \quad (3) \quad \text{на} \quad (2), \quad \text{получим}$$

$$\frac{30 - m}{m - 15} \approx \frac{0,46}{0,38} \Leftrightarrow 11,4 - 0,38m \approx 0,46m - 6,9 \Leftrightarrow 0,84m \approx 18,3 \Rightarrow m \approx 21,8.$$

$$\text{Отсюда среднеквадратичное отклонение } \sigma \approx \frac{30 - m}{0,46} \approx \frac{30 - 21,8}{0,46} \approx 17,9.$$

Литература.

1. В.Е. Гмурман. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике. – М.: Высшая школа, 2000.
2. В.Е. Гмурман. Теория вероятностей и математическая статистика. – М.: Высшая школа, 2003.