

1. Сократите дробь:

$$\begin{aligned}\frac{x^3 - 3x^2 - x + 3}{x^4 - 10x^2 + 9} &= \frac{(x-3)(x^2-1)}{x^4 - x^3 + x^3 - x^2 - 9x^2 + 9x - 9x + 9} = \\ &= \frac{(x-3)(x-1)(x+1)}{x^3(x-1) + x^2(x-1) - 9x(x-1) - 9(x-1)} = \frac{(x-3)(x-1)(x+1)}{(x^3 + x^2 - 9x - 9)(x-1)} = \\ &= \frac{(x-3)(x-1)(x+1)}{((x^3 + x^2) - (9x + 9))(x-1)} = \frac{(x-3)(x-1)(x+1)}{(x^2(x+1) - 9(x+1))(x-1)} = \\ &= \frac{(x-3)(x-1)(x+1)}{((x^2 - 9)(x+1))(x-1)} = \frac{(x-3)(x-1)(x+1)}{(x^2 - 9)(x+1)(x-1)} = \\ &= \frac{(x-3)(x-1)(x+1)}{(x-3)(x-1)(x+1)(x+3)} = \frac{1}{x+3}\end{aligned}$$

2. Решите уравнение:

$$\frac{x+1}{x} = -\frac{5}{2}$$

Отметим ОДЗ:

$$x \neq 0$$

перенесём всё в левую часть

$$\frac{x+1}{x} + \frac{5}{2} = 0$$

приведём дроби к общему знаменателю

$$\frac{2x+2+5x}{2x} = 0$$

$$\frac{7x+2}{2x} = 0$$

дробь равна нулю, если числитель равен нулю

$$7x+2=0$$

$$7x=-2$$

$$x=-\frac{2}{7}$$

3. Решите уравнение:

$$\frac{x+2}{x-1} + \frac{x+3}{x-1} = \frac{4}{x^2-1}$$

$$\frac{x+2}{x-1} + \frac{x+3}{x-1} - \frac{4}{(x-1)(x+1)} = 0$$

$$\frac{(x+2)(x+1)}{(x-1)(x+1)} + \frac{(x+3)(x+1)}{(x-1)(x+1)} - \frac{4}{(x-1)(x+1)} = 0$$

$$\frac{(x^2+x+2x+2) + (x^2+x+3x+3) - 4}{(x-1)(x+1)} = 0$$

$$\frac{2x^2+7x+1}{(x-1)(x+1)} = 0$$

дробь равна нулю если числитель равен нулю

$$2x^2+7x+1=0$$

$$D=7^2-4\cdot 2\cdot 1=49-8=41$$

$$x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{41}}{4}$$

Ответ: $x_{1,2} = \frac{-7 \pm \sqrt{41}}{4}$